

На правах рукописи



Жаббаров Рамиль Муритович

**ИДЕНТИФИКАЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ РАЗЛОЖЕНИЯ
М. УИЛЬЯМСА: ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ПОДХОД,
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЕ ОБОСНОВАНИЕ И
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АСПЕКТ**

Специальность: 1.1.8. *Механика деформируемого
твёрдого тела*

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Самара – 2022

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева»

Научный руководитель:

Степанова Лариса Валентиновна, доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой математического моделирования в механике

Официальные оппоненты:

Лычев Сергей Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории механики технологических процессов, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук

Матвиенко Юрий Григорьевич, доктор технических наук, профессор, заведующий отделом «Прочность, живучесть и безопасность машин», Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)"

Защита диссертации состоится «16» декабря 2022 г., в 15 час. 30 мин. на заседании объединенного диссертационного совета 99.2.039.02 (Д999.122.02) на базе ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет» и ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» по адресу: 43100, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 244, главный корпус, аудитория 200.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ «Самарский государственный технический университет»:

http://d99912202.samgtu.ru/sites/d99912202.samgtu.ru/files/zabbarov_diss.pdf

Отзывы на автореферат просим высылать в двух экземплярах, заверенных печатью, по адресу: Россия, 443100, г. Самара ул. Молодогвардейская, 244, ФГБОУ ВО «Самарский государственный технический университет», главный корпус, ученому секретарю диссертационного совета 99.2.039.02 (Д 999.122.02).

Автореферат разослан “___” _____ 2022 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
к.т.н, доцент



/А.Р. Луц/

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

За последние два десятилетия в механике хрупкого разрушения сложилось четкое и ясное представление об использовании многопараметрического ряда М. Уильямса для описания полей напряжений и перемещений в окрестности вершины трещины (Ю.Г. Матвиенко, И.А. Разумовский, А.С. Чернятин, С.И. Елеонский, И.Н. Одинцев, В.С. Писарев, L. Malikova, V. Vesely, P. Patil, C.P. Vyasarayani, M. Ramji, M. Nejati, M.R. Ayatollahi, M. Moazzami, H.R. Chamani, M. Guagliano, O. Krepl, J.Klusak, P. Miarka, A.S. Cruces, S. Seitzl, P. Lopez-Crespo, S. Ghoul, G. Hello, B.L. Karihaloo, Q.Z. Xiao, H. Abdalla). В целом ряде исследований (Ю.Г. Матвиенко, И.А. Литвинов, И.А. Разумовский, B.L. Karihaloo, H. Abdalla, Q.Z. Xiao, O. Krepl, J. Klusak, L. Malikova, V. Vesely, M. Ramji, M. Nejati, M.R. Ayatollahi, M. Moazzami, H.R. Chamani, M. Guagliano, E.A. Patterson) подчеркивается, что использование многопараметрических разложений полей напряжений и перемещений в окрестности вершины трещины – это не просто академическое любопытство, а практическая необходимость применения концепций механики разрушения для решения реальных жизненных проблем оценки прочности элементов конструкций. При проведении экспериментальных исследований с помощью интерференционно-оптических методов, оказывается, что многопараметрическое решение позволяет анализировать данные из большей зоны, охватывающей острие трещины, что помогает расширить совокупность данных из экспериментов и получить более точные результаты для параметров механики разрушения. Когда пытаются применить для решения реальных задач только первое слагаемое (сингулярное решение) этих многопараметрических уравнений, получаются ошибочные результаты.

Роль и значение высших приближений в аппроксимирующем поле напряжений ряда Уильямса отчетливо и явственно проявляются при обработке всей совокупности экспериментальных данных, нацеленной на определение механических полей впереди устья трещины, надреза или выреза. Реконструкция асимптотической аппроксимации М. Уильямса поля напряжений и поля перемещений вокруг кончика трещины с помощью интерференционно-оптических методов снискала большую популярность (И.А. Разумовский, М.Х. Ахметзянов, Г.Н. Албаут, Е.П. Матус, М.В. Табанохова, С.М. Зеркаль, Л.Н. Синявский, И.П. Корнева, K. Ramesh, A. Pandey, M.R. Ayatollahi, M. Nejati, C. Chen, R. Yang, P. Xu, C. Ding, S. Dondeti, H.V. Tippur, L. Frishter, M.P. Hariprasad, K.H. Lee, B.S. Kim, J.S. Kim, W. Liu, Z. Ma, L. Li, Z. Yue, B. Mose). Зачастую анализируемые экспериментальные точки из интерференционных картин и число удерживаемых слагаемых в разложении М. Уильямса выбираются без должного теоретического обосно-

вания. По всей видимости, впервые мысль об оперировании высшими приближениями в аппроксимации М. Уильямса появилась в связи с насущной необходимостью корректной и аккуратной обработки экспериментальных точек, взятых из интерференционных картин изохроматических полос, получаемых методом фотоупругости (R. Chona, G.R. Irwin, A. Shukla). Именно задачи правильной обработки картин изохроматических полос в окрестности вершин разрезов, трещин и угловых вырезов привели к устремлению сохранить слагаемые высших порядков. Именно оперирование многокомпонентной аппроксимацией М. Уильямса привело к необходимости разработки основ и оттачивания процедуры переопределенного метода, нацеленного на вычисление амплитудных (масштабных) коэффициентов ряда Макса Уильямса. Успехи в экспериментальном определении масштабных множителей (чаще всего с помощью метода цифровой фотоупругости и метода корреляции цифровых изображений) переопределенным методом инициировали приложение переопределенного метода к данным, взятым из результатов конечно-элементного эксперимента (M.R. Ayatollahi, M. Nejati, C. Hou, Z. Wang, X. Jin, X. Ji, X. Fan, Y. Li, K. Zheng, C. Roux-Langlois, A. Gravouil, M. S.-C. Baietto, J. Rethore, F. Mathieu, F. Hild, S. Roux). Признание значимости и роли неособых слагаемых в ряде Уильямса привело исследователей к учету эффекта высших приближений, и за последние два десятилетия были разработаны методы нахождения коэффициентов многопараметрических рядов, ассоциированных с полями перемещений и напряжений в изотропной линейно упругой среде (A.M. Mirzaei, M.R. Ayatollahi, M.R. Nejati, L. Malikova, V. Vesely, B. Mazurowski, M. Moazzami и др.). Тем не менее, невзирая на то, что данная концепция уже довлеет в теории хрупкого разрушения и прочно укоренилась в экспериментальной механике, многие вопросы остаются открытыми. К таким вопросам относятся: определение количества слагаемых, подлежащих удержанию в ряде Уильямса, на основании строгих теоретических решений механики сплошных сред (математической теории упругости и континуальной теории разрушения); выяснение общих закономерностей при усечении аппроксимирующего ряда Уильямса; формулировка критериев (рекомендаций) для выбора усеченных разложений для различных конфигураций тел с трещинами; экспериментальная проверка и обоснование этих теоретических гипотез относительно числа удерживаемых слагаемых; апробация рекомендаций и критериев на основе широкого вычислительного конечно-элементного эксперимента; получение общих аппроксимирующих формул для вычисления амплитудных (масштабных) коэффициентов асимптотического разложения Макса Уильямса. Вопросам такого моделирования посвящена настоящая диссертация.

Цели и задачи исследования

Целью настоящей диссертационной работы является теоретический,

экспериментальный и численный анализ поля напряжений вблизи поверхности разрыва (переднего края трещины или надреза) в изотропном линейно упругом материале на основе многопараметрического асимптотического разложения М. Уильямса с удержанием регулярных (неособых) слагаемых высокого порядка.

Задачами исследования являются:

1) сопоставление асимптотических распределений напряжений у вершин надрезов и трещин, полученных с помощью усеченных на разном количестве слагаемых рядов Уильямса, с точными аналитическими решениями, построенными посредством теории функций комплексного переменного, для тел, допускающих аналитическое решение задачи отыскания напряженно-деформированного состояния у вершины дефекта, с целью выявления зависимости числа удерживаемых слагаемых от расстояния до устья трещины и анализ вклада высших приближений в описание полей напряжений, ассоциированных с вершиной трещины;

2) проведение цикла экспериментальных исследований с помощью интерференционно-оптических методов механики деформируемого твердого тела (методики цифровой фотоупругости) для новых конфигураций образцов, предназначенных для изучения проблем нормального отрыва и смешанного нагружения;

3) разработка и применение цифрового приложения, нацеленного на цифровую обработку всей совокупности экспериментальных данных, получаемых методом фотоупругости;

4) численное определение амплитудных (масштабных) параметров ряда М. Уильямса с удержанием неособых слагаемых высших порядков на основе переопределенного метода, базирующегося на поле напряжений;

5) получение аппроксимационных формул для вычисления параметров разрушения – коэффициентов разложения М. Уильямса, содержащего слагаемые более высоких порядков;

6) разработка усовершенствованной методики оценки скорости роста трещины, учитывающей регулярные слагаемые ряда М. Уильямса.

Соответствие паспорту заявленной специальности

Диссертационная работа соответствует направлениям исследований, указанным в пунктах паспорта специальности 1.1.8. «Механика деформируемого твердого тела»: 3. Задачи теории упругости, пластичности и ползучести; 10. Прочность при сложных режимах нагружения. Теория накопления повреждений. Механика разрушения твердых тел; 12. Вычислительная механика деформируемого твердого тела; 13. Экспериментальные методы исследования процессов деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе объектов, испытывающих фазовые структурные превращения при внешних воздействиях.

Положения, выносимые на защиту

1) Теоретическое сопоставление асимптотических распределений напряжений у вершин надрезов и трещин, полученных с помощью усеченных на разном количестве слагаемых рядов М. Уильямса с точными аналитическими решениями, построенными посредством теории функций комплексного переменного, и анализ вклада регулярных слагаемых ряда М. Уильямса в описание полей напряжений и перемещений, ассоциированных с вершиной трещины. Выявленные закономерности зависимости количества удерживаемых слагаемых от расстояния до вершины трещины.

2) Цикл экспериментальных исследований, проведенных с помощью метода цифровой фотоупругости, для новых конфигураций образцов, предназначенных для изучения проблем нормального отрыва и смешанного нагружения (образцы с двумя горизонтальными коллинеарными трещинами, образцы с одним боковым и двумя боковыми горизонтальным надрезами, образцы с двумя боковыми наклонным надрезами) и экспериментальное определение коэффициентов ряда Уильямса с учетом неособых регулярных слагаемых высокого порядка.

3) Разработка и применение нового цифрового приложения, нацеленного на цифровую обработку всей совокупности экспериментальных данных, получаемых методом фотоупругости (построение скелетона картин изохроматических полос и запись в текстовый файл координат точек с наименьшей освещенностью, принадлежащих изохроматическим полосам различных порядков).

4) Численное определение амплитудных (масштабных) параметров ряда М. Уильямса с удержанием неособых слагаемых высших порядков на основе переопределенного метода, базирующегося на поле напряжений, которое найдено методом конечных элементов в многофункциональном расчетном комплексе SIMULIA Abaqus, для серии образцов с размерами и системами нагружений, идентичным рассмотренным в натурном эксперименте.

5) Аппроксимационные формулы для вычисления параметров механики разрушения – амплитудных (масштабных) коэффициентов разложения М. Уильямса, содержащего слагаемые более высоких порядков, для широкой серии образцов.

6) Усовершенствованная методика оценки усталостного роста трещины на основе размаха функции плотности энергии упругой деформации. Реализация методики расчета постоянных обобщенного закона Париса на основе функции плотности энергии упругой деформации, учитывающей мультипараметрическое разложение М. Уильямса.

Научная новизна

Научная новизна работы заключается в следующем:

1) Впервые проведен сопоставительный теоретический анализ вкла-

да слагаемых высокого порядка малости в асимптотическом разложении М. Уильямса. Показано, что область действия разложения М. Уильямса может быть существенно расширена за счет увеличения числа удерживаемых слагаемых в разложении М. Уильямса.

2) Разработана и применена новая программа цифровой обработки данных, получаемых методом фотоупругости, позволяющая с высокой точностью найти точки изохроматических полос с наименьшей освещенностью.

3) Получены аппроксимационные формулы для вычисления параметров механики разрушения – амплитудных (масштабных) коэффициентов разложения М. Уильямса, содержащего слагаемые более высоких порядков.

4) Предложена усовершенствованная методика оценки усталостного роста трещины, основанная на учете многопараметрического ряда Уильямса.

Практическая значимость

Практическая ценность результатов диссертации заключается в том, что эти результаты связаны с разработкой эффективных методов решения одной из коренных проблем современной континуальной теории разрушения – задачи количественной оценки и прогнозирования поведения компонентов и конструкций с трещинами.

Методология и методы исследования

В диссертации используются аналитические, экспериментальные и численные (метод конечных элементов) методы построения асимптотического представления полей перемещений, деформаций и напряжений в плоских образцах с трещинами в условиях нормального отрыва и смешанного нагружения.

Степень достоверности полученных результатов

Степень достоверности полученных результатов подтверждается сравнением значений амплитудных множителей ряда М. Уильямса, найденных теоретически, экспериментально и численно методом конечных элементов для ряда конфигураций образцов с трещинами и надрезами; использованием классических математических методов механики сплошных сред, методов теории функций комплексного переменного, методов численного анализа (метод конечных элементов).

Публикации

Результаты диссертационной работы отражены в 10 научных публикациях, из которых одна входит в список, рекомендованный Высшей Аттестационной Комиссией (ВАК) [1], и три индексируются библиографическими базами данных Scopus и WebofScience [2-4].

Апробация работы

Результаты работы докладывались на следующих международных и российских конференциях:

1. 23 Европейская конференция по разрушению, 27 июня – 1 июля 2022,

Фуншал, Мадейра, Португалия (ECF23, European Conference on Fracture 2022, June 27 – July 1, 2022. Funchal, Madeira, Portugal).

2. XVI Международная конференция памяти академика Эдуарда Степановича Горкунова "Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций", 16-20 мая 2022 г., Екатеринбург, Россия.

3. 1st Virtual European Conference on Fracture, VECF 2020, Virtual, Online, 29 June – 01 July 2020.

4. XXIX Всероссийская школа-конференция "Математическое моделирование в естественных науках", 07–09 октября 2020 года, Пермь, Россия.

5. XXVIII Всероссийская конференция "Математическое моделирование в естественных науках", 2-5 октября 2019 года, Пермь, Россия.

6. Перспективные информационные технологии (ПИТ 2017), Международная научно-техническая конференция, 14–16 марта 2017 года, Самара, Россия.

Получено свидетельство о регистрации программы для ЭВМ: Жаббаров Р.М. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ 2022618998, 18.05.2022. Заявка №2022618077 от 21.04.2022.

Работа была поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований (№19-31-90100 и частично №19-01-00631).

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, четырех приложений и списка литературы. Изложена на 231 странице, содержит 160 рисунков, 20 таблиц, 2 приложения. Список литературы включает 191 наименование.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы, изложены цели и задачи исследования, описана общая характеристика работы и научная новизна полученных результатов, сформулированы основные положения, выносимые на защиту. Введение отражает обзор исследований, посвященных проблеме анализа структуры распределения напряжений и перемещений у переднего края поверхности разрыва (трещины, выреза или надреза), описаны классические аналитические подходы описания полей напряжений и перемещений у вершины трещины или надреза.

Первая глава посвящена аналитическим методам определения напряженно-деформированного состояния у переднего края трещины, разреза или углового выреза. Обзор классической и современной литературы и результатов современных исследований в области механики разрушения, с которой начинается первая глава, подчеркивает актуальность настоящей работы, заключающейся в насущной необходимости сохранения в представ-

лении М. Уильямса регулярных (неособых) слагаемых высоких порядков.

М. Уильямсом было предложено ставшее на сегодня классическим асимптотическое представление поля напряжений вокруг вершины трещины или углового выреза в изотропной линейно упругой среде:

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{m=1}^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k^m f_{m,ij}^{(k)}(\theta) r^{k/2-1}, \quad (1)$$

где введены следующие обозначения: $f_{m,ij}^{(k)}(\theta)$ — универсальные угловые функции напряжений, получаемые из решения краевых задач о нагружении трещины нормальным отрывом и поперечным сдвигом; r, θ — полярные координаты, связанные с вершиной трещины; a_k^m — масштабные (амплитудные) множители, обуславливаемые геометрией рассматриваемой модели с дефектом и приложенными силами; индекс m характеризует вид нагружения и может принимать два значения: $m = 1$ для растяжения образца, $m = 2$ для поперечного сдвига. Угловые распределения компонент тензора напряжений $f_{m,ij}^{(k)}(\theta)$ известны и находятся в ходе решения задач на собственные значения, следующих из краевой задачи для бигармонического уравнения:

$$\begin{aligned} f_{1,11}^{(k)}(\theta) &= k/2 [(2 + k/2 + (-1)^k) \cos(k/2 - 1)\theta - (k/2 - 1) \cos(k/2 - 3)\theta], \\ f_{1,22}^{(k)}(\theta) &= k/2 [(2 - k/2 - (-1)^k) \cos(k/2 - 1)\theta + (k/2 - 1) \cos(k/2 - 3)\theta], \\ f_{1,12}^{(k)}(\theta) &= k/2 [-(k/2 + (-1)^k) \sin(k/2 - 1)\theta + (k/2 - 1) \sin(k/2 - 3)\theta], \\ f_{2,11}^{(k)}(\theta) &= -k/2 [(2 + k/2 - (-1)^k) \sin(k/2 - 1)\theta - (k/2 - 1) \sin(k/2 - 3)\theta], \\ f_{2,22}^{(k)}(\theta) &= -k/2 [(2 - k/2 + (-1)^k) \sin(k/2 - 1)\theta + (k/2 - 1) \sin(k/2 - 3)\theta], \\ f_{2,12}^{(k)}(\theta) &= k/2 [-(k/2 - (-1)^k) \cos(k/2 - 1)\theta + (k/2 - 1) \cos(k/2 - 3)\theta]. \end{aligned} \quad (2)$$

Основной частью главы 1 является сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния в образцах различной конфигурации с трещинами и формами нагружений. В главе рассмотрена серия различных конфигураций с дефектами и формами нагружений, допускающих точное аналитическое решение, с целью анализа вклада высших приближений в многопараметрическом ряде М. Уильямса (1) при варьировании расстояния от вершины трещины, надреза или включения. Для каждой конфигурации приведены свои закономерности, которые, в целом, можно обобщить: чем дальше выбранная точка находится от острого края трещины, включения или острого надреза, тем большее число слагаемых требуется сохранять в разложении М. Уильямса (1).

На рисунках 1 – 3 приведены сопоставления точных решений, полученных с помощью теории функций комплексного переменного, с решениями,

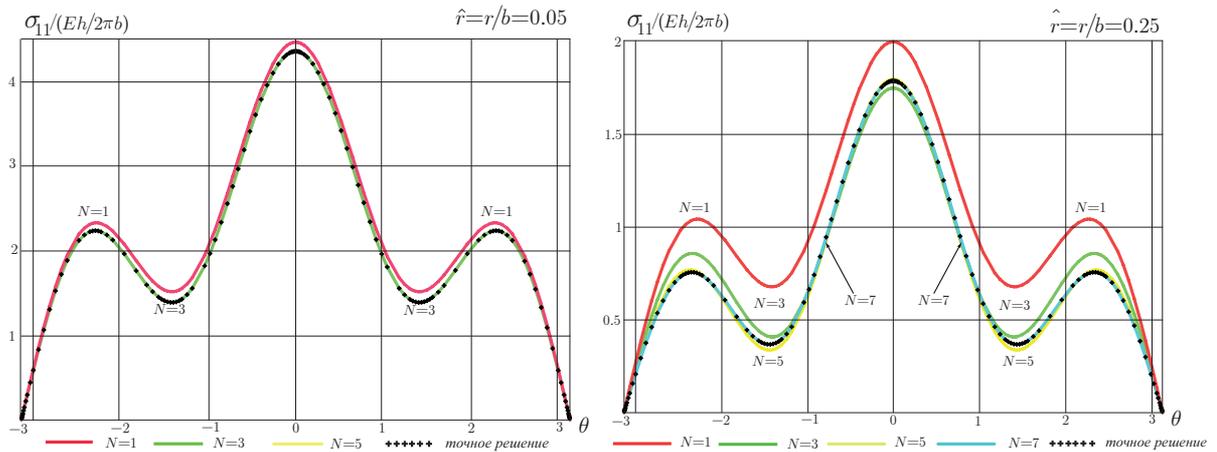


Рис. 1: Угловые распределения компоненты $\sigma_{11}(r, \theta)$ у вершины трещины с включением на расстояниях $\hat{r} = r/b = 0.05$ (слева) и $\hat{r} = r/b = 0.25$ (справа)

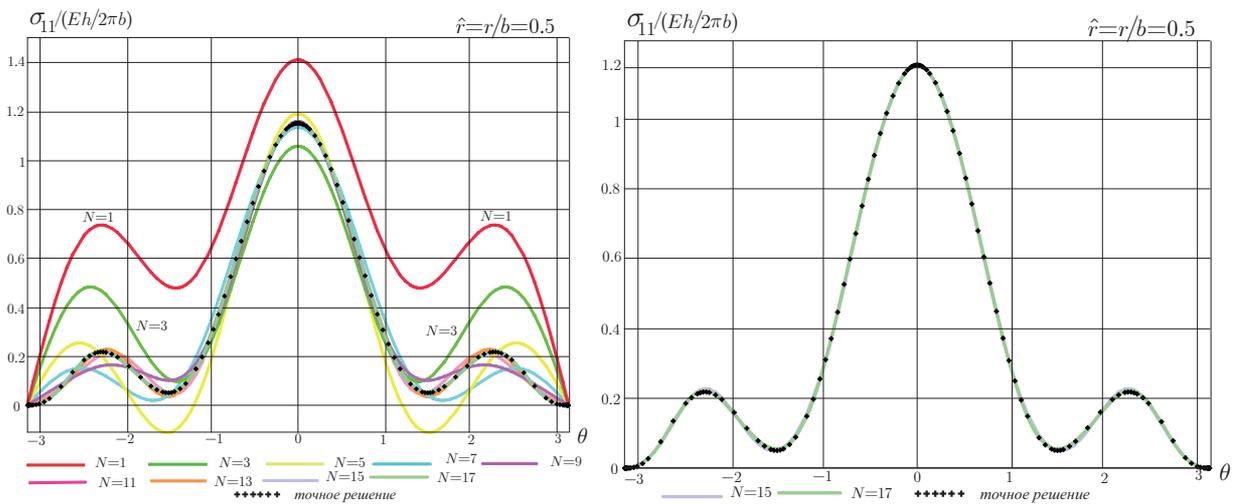


Рис. 2: Угловые распределения компоненты $\sigma_{11}(r, \theta)$ у вершины трещины с включением на расстоянии $\hat{r} = r/b = 0.5$

найденными с помощью усеченных на разном количестве слагаемых ряда М. Уильямса, в окрестности вершины трещины с жестким включением. На графиках (рисунок 1) приведены распределения компоненты тензора напряжения $\sigma_{11}(r, \theta)$ у вершины дефекта на расстояниях $\hat{r} = r/b = 0.05$ и $\hat{r} = r/b = 0.25$. Из левой части рисунка 1 хорошо видно, что на расстоянии $\hat{r} = r/b = 0.05$ трехчленного асимптотического разложения достаточно для качественного описания поля напряжений. Последующее расширение окрестности вершины трещины закономерно требует сохранения слагаемых высокого порядка. Из правой части рисунка 1, где приведены графики распределений компоненты $\sigma_{11}(r, \theta)$ на расстоянии от вершины трещины $\hat{r} = r/b = 0.25$, следует, что для описания поля напряжений, согласующегося с точным решением, необходимо сохранять семь слагаемых. К значительному росту количества слагаемых приводит расширение зоны, для которой

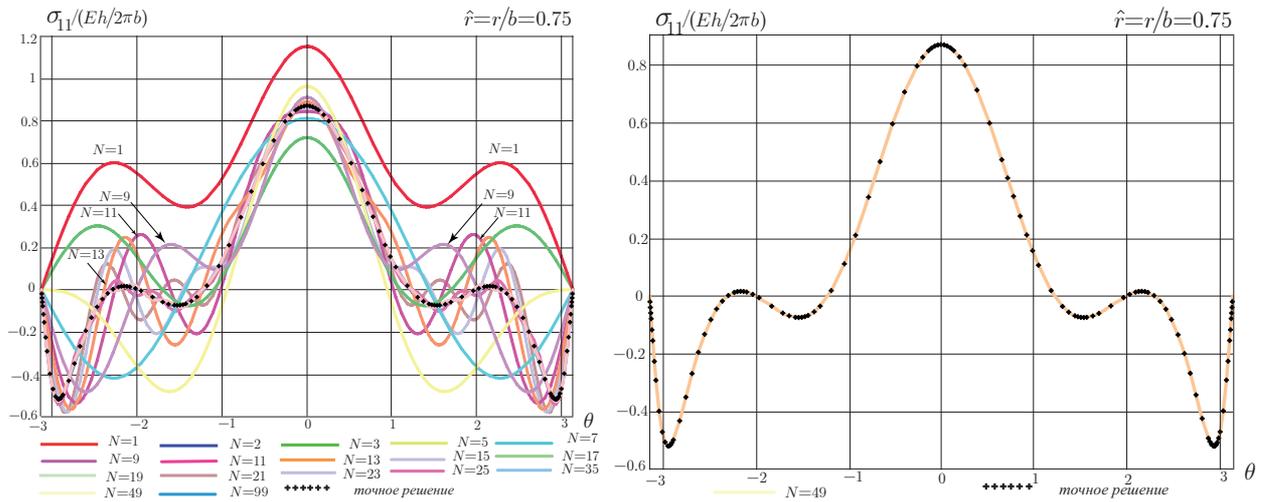


Рис. 3: Угловые распределения компоненты $\sigma_{11}(r, \theta)$ у вершины трещины с включением на расстоянии $\hat{r} = r/b = 0.75$

будет корректно асимптотическое представление Уильямса. На расстоянии $\hat{r} = r/b = 0.5$ от кончика трещины следует учитывать семнадцать слагаемых многопараметрического представления Уильямса. Выбор между пятнадцатью и семнадцатью членами разложения основывается на достижении наперед заданной точности, поэтому в выбранной окрестности для достижения точности $\varepsilon = 10^{-6}$ следует использовать семнадцатичленное разложение. Увеличение расстояния от вершины трещины до $\hat{r} = r/b = 0.75$ приводит к необходимости добавления слагаемых усеченного ряда. Как изображено на рисунке 3, для рассматриваемого радиуса окрестности вершины трещины в рамках выбранной точности необходимо будет сохранить сорок девять слагаемых, так как именно такое количество дает совпадение приближенного решения с точным теоретическим решением с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$.

В заключении главы 1 приведены общие выводы: 1) количество удерживаемых слагаемых зависит от геометрии образца с дефектом и совокупности приложенных нагрузок; 2) удержание высших приближений в ряде М. Уильямса позволяет существенно расширить область действия разложения М. Уильямса; 3) полученные в главе 1 результаты полезны для интерпретации и обработки экспериментальной информации, получаемой из интерференционно-оптических методов, поскольку для корректного извлечения и последующего использования экспериментальных данных, необходимо ясное понимание о размере области, окружающей вершину дефекта, в пределах которой исследователем собираются экспериментальные данные; 4) результаты исследования можно использовать в задаче восстановления масштабных коэффициентов ряда Уильямса из расчетов, получаемых с помощью метода конечных элементов, так как это позволяет более аккуратно решать проблему выбора массива значений из узлов конечно-элементной

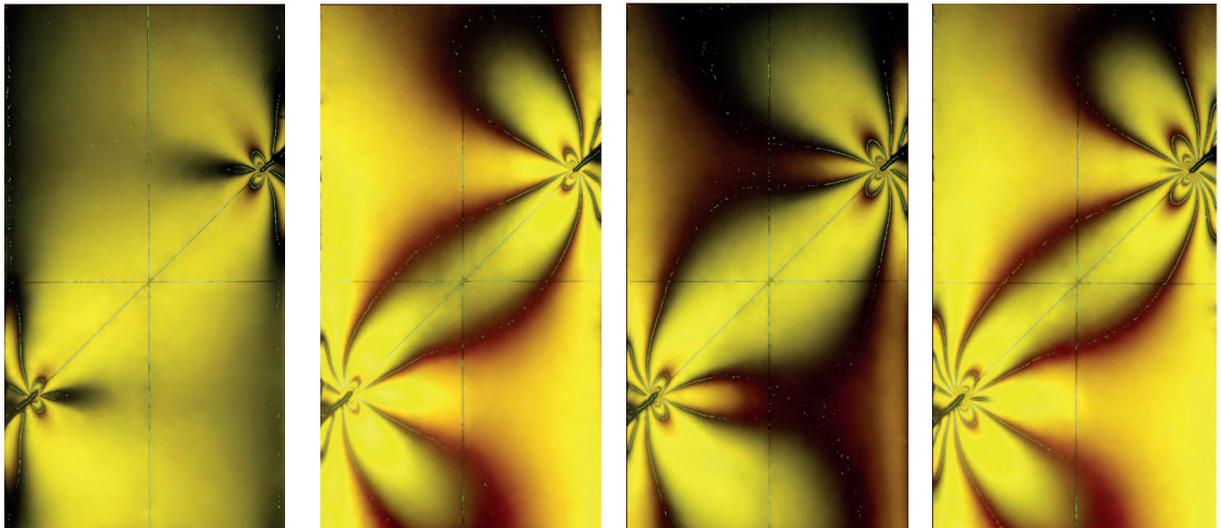


Рис. 4: Скелетоны изохроматических полос в пластине с двумя краевыми наклонными надрезами для нагрузок различной интенсивности

сетки, необходимых для дальнейшей обработки.

Вторая глава посвящена экспериментальному определению коэффициентов многопараметрического ряда Уильямса для серии образцов с трещинами на основе интерференционно-оптических методов. В качестве основного метода был избран метод цифровой фотоупругости, к которому в последнее время возвращается научный интерес в связи с многоплановыми приложениями.

В главе 2 приведены результаты экспериментального исследования образцов, изготовленных из оптически чувствительного материала (ЭД-20) и испытанных на проекционно-поляризационной установке ППУ-7.

Предложена, разработана и апробирована программа цифровой обработки данных, действующая на основе алгоритма К. Рамеша, нацеленная на цифровую обработку изображений для выявления точек с наименьшей освещенностью. Результаты сканирования были применены как входные параметры итерационной процедуры переопределенного метода, который в совокупности с основным законом фотоупругости – законом Вертгейма позволяет определить масштабные коэффициенты ряда Уильямса для образцов с дефектами.

В второй главе 1) описано назначение и функциональные возможности разработанного приложения для анализа интерференционных картин изохром, получаемых методом фотоупругости; 2) показано, что предлагаемое приложение позволяет осуществлять быструю обработку изображения и находить точки с наименьшей освещенностью (рисунок 4), принадлежащие изохроматическим полосам различного порядка; 3) с помощью метода цифровой фотоупругости определены коэффициенты аппроксима-

ции М. Уильямса, представляющей поля у вершины трещины или надреза. Показано, что цифровая обработка изохроматических картин обеспечивает аналитическую реконструкцию поля напряжений вблизи вершины трещины и позволяет проводить детальный анализ поля напряжений у вершины трещины. Цифровая обработка является эффективным средством повышения точности фотоупругих данных за счет нахождения скелетона контуров интерференционных полос. Разработанные процедуры значительно упрощают анализ механических полей в окрестности вершины трещины. Параметры разрушения для смешанных режимов нагружения (коэффициенты интенсивности напряжений, T -напряжения и коэффициенты слагаемых высокого порядка ряда М. Уильямса) получены для целого ряда образцов.

В третьей главе приведены результаты конечно-элементного анализа, нацеленного на восстановление разложения М. Уильямса полей, ассоциированных с вершиной трещины. На основании полученных в первой главе выводов удерживается пятнадцать слагаемых для построения ряда Уильямса, обеспечивающего асимптотическую структуру полей напряжений, деформаций и перемещений вблизи вершины трещины в образцах, ранее испытанных с помощью метода фотоупругости. С целью конечно-элементного восстановления коэффициентов ряда Уильямса был выполнен обширный вычислительный эксперимент, в рамках которого были получены конечно-элементные решения цикла задач о нагружении плоских образцов с разрезами, испытанных с помощью техники фотоупругости. Все вычисления были выполнены в многоцелевом пакете SIMULIA Abaqus (рисунок 5), реализующем метод конечных элементов. В главе 3 приведены детали и особенности конечно-элементного моделирования, результаты, полученные с помощью вычислительного эксперимента, и их анализ.

В главе приведены результаты широкого конечно-элементного эксперимента, нацеленного на разработку, апробирование и использование переопределенного метода, опирающегося на конечно-элементные решения для компонент тензора напряжений, для вычисления коэффициентов аппроксимации Уильямса полей напряжений у вершины надреза, трещины или выреза. Переопределенный метод основан на представлении решения задачи усеченными рядами М. Уильямса

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sum_{k=1}^K a_k^1 r^{k/2-1} f_{1,ij}^{(k)}(\theta) + \sum_{k=1}^L a_k^2 r^{k/2-1} f_{2,ij}^{(k)}(\theta), \quad (3)$$

где K, L – количество удерживаемых слагаемых ряда в решении, отвечающих нормальному отрыву и поперечному сдвигу соответственно, в матричной форме:

$$\Sigma = CA, \quad (4)$$

где Σ – матрица размерности $1 \times 3M$, где M – количество экспериментальных точек, извлекаемых из вычислений, проведенных методом конечных элементов:

$$\Sigma = (\sigma_{11}^1, \sigma_{11}^2, \dots, \sigma_{11}^M, \sigma_{12}^1, \sigma_{12}^2, \dots, \sigma_{12}^M, \sigma_{22}^1, \sigma_{22}^2, \dots, \sigma_{22}^M). \quad (5)$$

Матрица C размерности $3M \times (K + L - 1)$ имеет вид

$$\begin{pmatrix} r_1^{-1/2} f_{1,11}^{(1)}(\theta_1) & f_{1,11}^{(2)}(\theta_1) & r_1^{1/2} f_{1,11}^{(3)}(\theta_1) & \dots & r_1^{K-1/2} f_{1,11}^{(K)}(\theta_1) & r_1^{-1/2} f_{2,11}^{(2)}(\theta_1) & r_1^{1/2} f_{2,11}^{(3)}(\theta_1) & \dots & r_1^{L-1/2} f_{2,11}^{(L)}(\theta_1) \\ r_2^{-1/2} f_{1,11}^{(1)}(\theta_2) & f_{1,11}^{(2)}(\theta_2) & r_2^{1/2} f_{1,11}^{(3)}(\theta_2) & \dots & r_2^{K-1/2} f_{1,11}^{(K)}(\theta_2) & r_2^{-1/2} f_{2,11}^{(2)}(\theta_2) & r_2^{1/2} f_{2,11}^{(3)}(\theta_2) & \dots & r_2^{L-1/2} f_{2,11}^{(L)}(\theta_2) \\ \dots & \dots \\ r_M^{-1/2} f_{1,11}^{(1)}(\theta_M) & f_{1,11}^{(2)}(\theta_M) & r_M^{1/2} f_{1,11}^{(3)}(\theta_M) & \dots & r_M^{K-1/2} f_{1,11}^{(K)}(\theta_M) & r_M^{-1/2} f_{2,11}^{(2)}(\theta_M) & r_M^{1/2} f_{2,11}^{(3)}(\theta_M) & \dots & r_M^{L-1/2} f_{2,11}^{(L)}(\theta_M) \\ r_1^{-1/2} f_{1,12}^{(1)}(\theta_1) & f_{1,12}^{(2)}(\theta_1) & r_1^{1/2} f_{1,12}^{(3)}(\theta_1) & \dots & r_1^{K-1/2} f_{1,12}^{(K)}(\theta_1) & r_1^{-1/2} f_{2,12}^{(2)}(\theta_1) & r_1^{1/2} f_{2,12}^{(3)}(\theta_1) & \dots & r_1^{L-1/2} f_{2,12}^{(L)}(\theta_1) \\ r_2^{-1/2} f_{1,12}^{(1)}(\theta_2) & f_{1,12}^{(2)}(\theta_2) & r_2^{1/2} f_{1,12}^{(3)}(\theta_2) & \dots & r_2^{K-1/2} f_{1,12}^{(K)}(\theta_2) & r_2^{-1/2} f_{2,12}^{(2)}(\theta_2) & r_2^{1/2} f_{2,12}^{(3)}(\theta_2) & \dots & r_2^{L-1/2} f_{2,12}^{(L)}(\theta_2) \\ \dots & \dots \\ r_M^{-1/2} f_{1,12}^{(1)}(\theta_M) & f_{1,12}^{(2)}(\theta_M) & r_M^{1/2} f_{1,12}^{(3)}(\theta_M) & \dots & r_M^{K-1/2} f_{1,12}^{(K)}(\theta_M) & r_M^{-1/2} f_{2,12}^{(2)}(\theta_M) & r_M^{1/2} f_{2,12}^{(3)}(\theta_M) & \dots & r_M^{L-1/2} f_{2,12}^{(L)}(\theta_M) \\ r_1^{-1/2} f_{1,22}^{(1)}(\theta_1) & f_{1,22}^{(2)}(\theta_1) & r_1^{1/2} f_{1,22}^{(3)}(\theta_1) & \dots & r_1^{K-1/2} f_{1,22}^{(K)}(\theta_1) & r_1^{-1/2} f_{2,22}^{(2)}(\theta_1) & r_1^{1/2} f_{2,22}^{(3)}(\theta_1) & \dots & r_1^{L-1/2} f_{2,22}^{(L)}(\theta_1) \\ r_2^{-1/2} f_{1,22}^{(1)}(\theta_2) & f_{1,22}^{(2)}(\theta_2) & r_2^{1/2} f_{1,22}^{(3)}(\theta_2) & \dots & r_2^{K-1/2} f_{1,22}^{(K)}(\theta_2) & r_2^{-1/2} f_{2,22}^{(2)}(\theta_2) & r_2^{1/2} f_{2,22}^{(3)}(\theta_2) & \dots & r_2^{L-1/2} f_{2,22}^{(L)}(\theta_2) \\ \dots & \dots \\ r_M^{-1/2} f_{1,22}^{(1)}(\theta_M) & f_{1,22}^{(2)}(\theta_M) & r_M^{1/2} f_{1,22}^{(3)}(\theta_M) & \dots & r_M^{K-1/2} f_{1,22}^{(K)}(\theta_M) & r_M^{-1/2} f_{2,22}^{(2)}(\theta_M) & r_M^{1/2} f_{2,22}^{(3)}(\theta_M) & \dots & r_M^{L-1/2} f_{2,22}^{(L)}(\theta_M) \end{pmatrix}.$$

A – матрица размерности $(K + L - 1) \times 1$, состоящая из искоемых коэффициентов:

$$A = \begin{pmatrix} a_1^1 \\ a_1^2 \\ \dots \\ a_K^1 \\ a_1^2 \\ a_2^2 \\ \dots \\ a_L^2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Переопределенная система уравнений допускает замкнутое решение

$$A = (C^T C)^{-1} C^T \Sigma, \quad (7)$$

где $(C^T C)^{-1}$ – псевдообратная матрица матрицы C .

Установлено, что переопределенный метод, основанный на поле напряжения, которое найдено посредством МКЭ-анализа, позволяет с высокой точностью отыскать коэффициенты ряда Уильямса с учетом высших приближений. Проведен анализ количества удерживаемых слагаемых ряда Уильямса, необходимых для целостного описания полей, ассоциированных с трещиной. Показано, что число слагаемых, подлежащих сохранению в ряде, обуславливается размером области, охватывающей трещину. Чем боль-

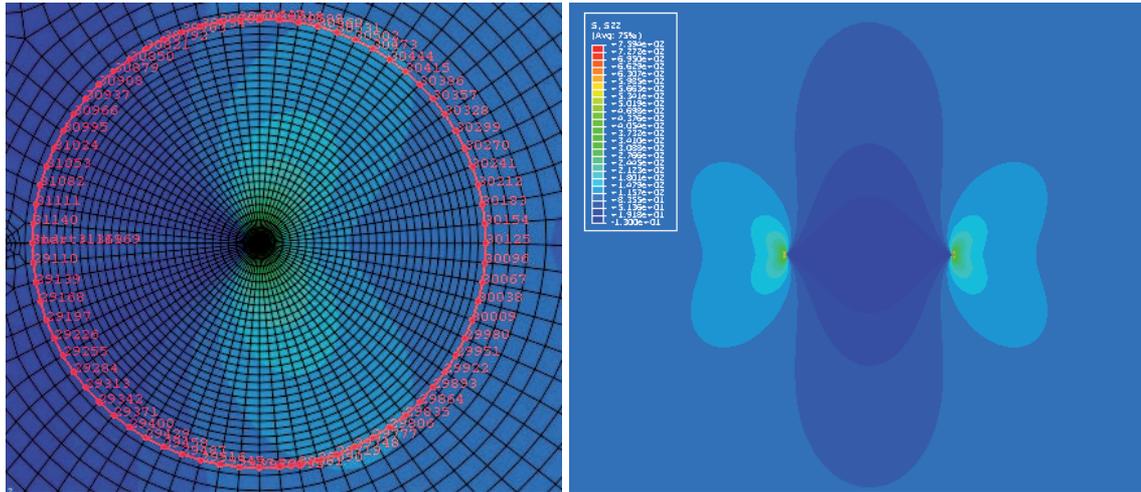


Рис. 5: Путь, избранный для реализации переопределенного метода, – окружность, охватывающая вершину трещины (слева); результаты конечно-элементного моделирования: распределение компоненты $\sigma_{22}(x_1, x_2)$ (справа)

ше область, выбранная для анализа, тем больше слагаемых ряда Уильямса требуется для реконструкции поля напряжений, совпадающего с численным решением проблемы.

Четвертая глава посвящена выводу аппроксимирующих функций для амплитудных коэффициентов слагаемых высокого порядка ряда М. Уильямса. Для типовых конфигураций с трещинами и разрезами хорошо известны аппроксимационные функции, позволяющие определить численные значения коэффициента интенсивности напряжений. Однако для T -напряжений и коэффициентов слагаемых ряда М. Уильямса более высокого порядка такие формулы отсутствуют. Для T -напряжений аппроксимационные функции встречаются для ряда конфигураций, но их число сильно ограничено.

Четвертая глава нацелена на получение аппроксимационных формул, позволяющих определить масштабные (амплитудные) коэффициенты ряда Уильямса для серии образцов с надрезами и трещинами. Для определения тарировочных функций масштабных множителей была проведена серия конечно-элементных вычислений. Обработка результатов проходила по следующему алгоритму: 1) моделирование серии испытаний образцов с трещинами или разрезами разных длин на одноосное растяжение; 2) выбор точек для последующей обработки информации – построение путей в окрестности вершин трещин и разрезов для каждого нагрузочного испытания; 3) использование массива данных для вычисления масштабных множителей с помощью переопределенного метода и построение тарировочных функций:

$$\hat{a}_k^1 = a_k^1 (a/w)^{k/2-1} \sigma^{-1} = F_k^1(a/w), \hat{a}_k^2 = a_k^2 (a/w)^{k/2-1} \sigma^{-1} = F_k^2(a/w),$$

где a – длина трещины или разреза, w – ширина пластины, σ – приложенная нагрузка. В четвертой главе на основании широкого конечно-

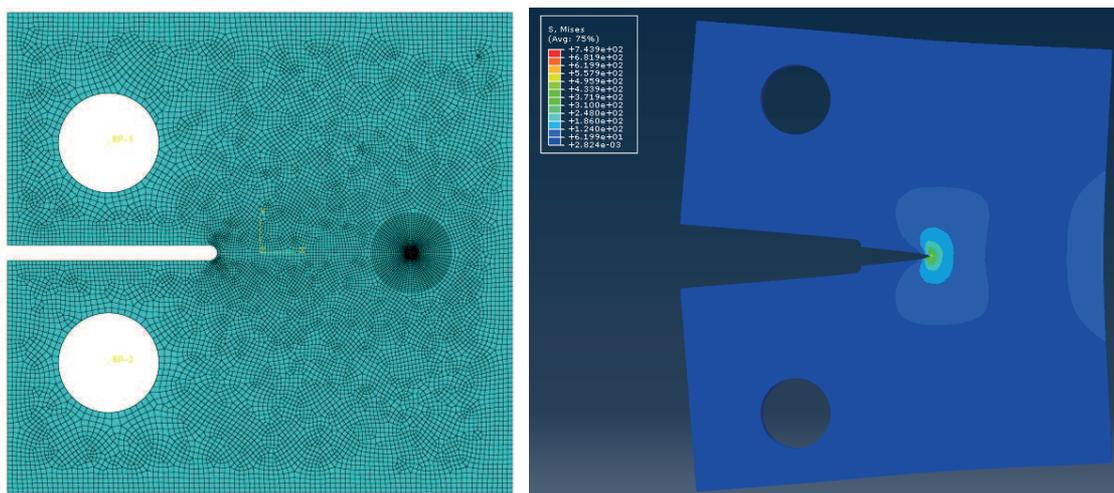


Рис. 6: Геометрия двумерной конечно-элементной модели компактного образца (слева) и распределение интенсивности напряжений в деформированной конфигурации (справа)

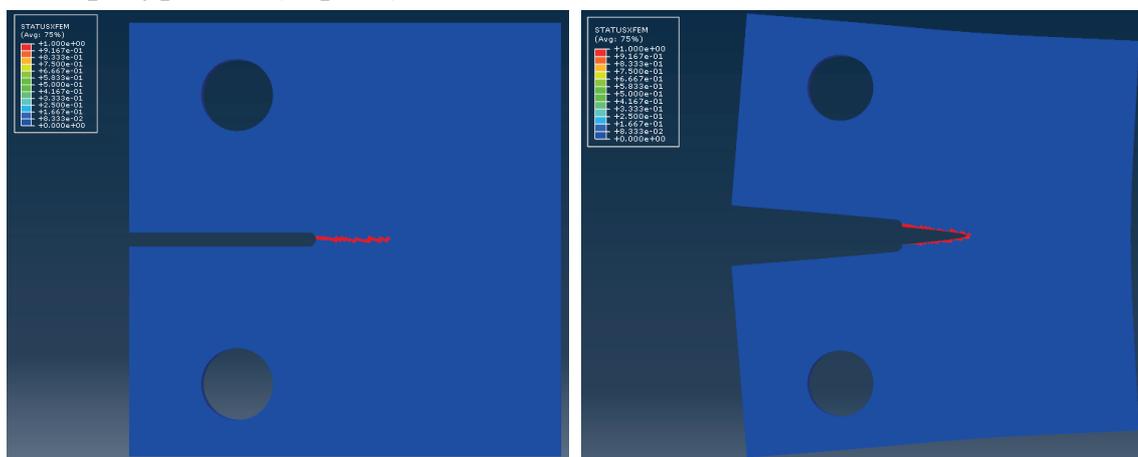


Рис. 7: Подростание трещины в недеформированной и деформированной конфигурациях (расширенный метод конечных элементов)

элементного моделирования получены аппроксимирующие формулы для масштабных (амплитудных) коэффициентов ряда Макса Уильямса слагаемых высоких порядков для рассмотренных в настоящей диссертации образцов с дефектами. Аппроксимирующие формулы выведены для пятнадцати коэффициентов ряда Уильямса, что позволяет без обращения к конечно-элементным расчетам вычислять коэффициенты многопараметрического разложения М. Уильямса для пластины с центральным разрезом, для пластины с одним краевым надрезом, для пластины с двумя симметричными краевыми надрезами.

В параграфе 4.5.1 изложена методика оценки скорости роста трещины, основанная на цифровой модели циклического нагружения компактного образца. Разработанная методика включает в себя следующие этапы: 1) проведение широкого компьютерного имитационного моделирования (рисунок

б) для компактного образца (2D и 3D моделирование) с целью вычисления КИН, T -напряжений и коэффициентов регулярных (неособых) слагаемых ряда Уильямса; 2) получение аппроксимирующих выражений для коэффициентов неособых слагаемых ряда Уильямса для компактного образца; 3) компьютерное имитационное моделирование нагружения компактного образца с помощью расширенного метода конечных элементов в условиях циклического нагружения (рисунок 7). Построение диаграммы зависимости скорости роста трещины от размаха функции плотности энергии упругой деформации (с учетом слагаемых более высокого порядка). Предлагаемая методика основывается на функции плотности энергии упругой деформации S , которую в случае плоской задачи можно описать выражением

$$S = r \frac{dW}{dV} = \frac{r}{2G} \left[\frac{\nu + 1}{8} (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})^2 - \sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{r\theta}^2 \right], \quad (8)$$

где dW – накопленная энергия элемента объема dV , расположенного в зоне перед вершиной трещины. Функция плотности энергии упругой деформации определяется как $S/r = dW/dV$, где r – расстояние от кончика трещины. Для среднего участка зависимости скорости усталостного роста трещины предлагается следующая альтернатива закону Париса-Эрдогана

$$\frac{da}{dN} = A (\Delta S_{min})^n, \quad (9)$$

где A, n – материальные константы, определяемые экспериментально, N – число циклов, ΔS – циклический размах функции плотности энергии упругой деформации, определяемый соотношением

$$\Delta S_{min} = S_{min}^{max} - S_{min}^{min}, \quad (10)$$

где под S_{min}^{max} и S_{min}^{min} понимаются максимальное и минимальное значения функции плотности энергии упругой деформации в течение одного цикла нагружения; 4) регрессионный анализ для получения материальных параметров формулы (9) для оценки скорости роста усталостной трещины, основанной на функции плотности энергии упругой деформации.

Заключение

В рамках диссертационной работы проведен теоретический, экспериментальный и численный анализ поля напряжений вблизи поверхности разрыва в изотропном линейном упругом материале на основе многопараметрического асимптотического разложения М. Уильямса поля напряжений с удержанием слагаемых высокого порядка.

Основные результаты работы:

1) Проведено теоретическое сопоставление асимптотических распреде-

лений напряжений у вершин надрезов и трещин, полученных с помощью усеченных на разном количестве слагаемых рядов М. Уильямса, с точными аналитическими решениями, построенными посредством теории функций комплексного переменного, и выполнен анализ вклада высших приближений в описание полей напряжений и перемещений, ассоциированных с вершиной трещины. Выявлены закономерности зависимости количества удерживаемых слагаемых от расстояния до вершины трещины.

2) Выполнен цикл экспериментальных исследований, проведенных с помощью метода цифровой фотоупругости, для новых конфигураций образцов, предназначенных для изучения проблем нормального отрыва и смешанного нагружения (образцы с двумя горизонтальными коллинеарными трещинами, образцы с одним краевым и двумя краевыми горизонтальными надрезами, образцы с двумя краевыми наклонными надрезами) и экспериментально определены коэффициенты ряда Уильямса с учетом неособых слагаемых высшего порядка.

3) Разработано и применено новое цифровое приложение, нацеленное на цифровую обработку всей совокупности экспериментальных данных, получаемых методом фотоупругости с целью построения скелетона картин изохроматических полос и записи в текстовый файл координат точек с наименьшей освещенностью, принадлежащих изохроматическим полосам различных порядков.

4) Численно определены амплитудные (масштабные) параметры ряда М. Уильямса с удержанием неособых слагаемых высших порядков на основе переопределенного метода, базирующегося на поле напряжений, найденного методом конечных элементов в многофункциональном расчетном комплексе SIMULIA Abaqus, для серии образцов с размерами и системами нагружений, идентичным рассмотренным в натурном эксперименте.

5) Получены аппроксимационные формулы для вычисления параметров механики разрушения – амплитудных (масштабных) коэффициентов разложения М. Уильямса, содержащего слагаемые более высоких порядков, для широкой серии образцов.

6) Предложена усовершенствованная методика оценки усталостного роста трещины на основе размаха функции плотности энергии упругой деформации. Реализована методика расчета постоянных обобщенного закона Париса на основе функции плотности энергии упругой деформации, учитывающей мультипараметрическое разложение М. Уильямса.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Публикации в изданиях, входящих в список ВАК и библиографические базы данных Scopus и WebofScience

1. Жаббаров Р. М. Теоретически реконструированное поле изохроматических полос у вершины трещины // Вестник Самарского университета. Естественная серия. – 2019. – Т. 25. – №1. – С. 57-62.

2. Zhabbarov R.M., Stepanova L.V. Numerical determination of coefficients of multi-parameter asymptotic expansion of the crack-tip stress field using FEM// Procedia Structural Integrity. – 2020. – V. 28. – P. 1768-1773.

3. Zhabbarov R.M., Stepanova L.V. Experimental evaluation of coefficients of multi-parameter asymptotic expansion of the crack-tip stress field using digital photoelasticity // Procedia Structural Integrity. – 2020. – V. 28. – P. 1774–1780.

4. Stepanova L.V., Zhabbarov R.M. An effective scheme for solving a class of nonlinear boundary value problems of stress concentration through quasilinearisation approach // Procedia Structural Integrity. – 2021. – V. 37(C). – P. 920–925.

Публикации в других изданиях

5. Жаббаров Р.М. Цифровая обработка результатов оптоэлектронных измерений в механике (метод фотоупругости) // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2017). Труды Международной научно-технической конференции. – 2017. – С. 892–894.

6. Жаббаров Р. М. Теоретически реконструированное поле изохроматических полос у вершины трещины // Математическое моделирование в естественных науках. – 2019. – Т. 1. – №1. – С. 69-73.

7. Степанова Л.В., Бахарев Д.В., Жаббаров Р.М., Бахарева Ю.Н. Цифровая фотоупругость: экспериментальное определение коэффициентов многопараметрического асимптотического разложения поля напряжений в окрестности вершины трещины // Математическое моделирование в естественных науках. Тезисы XIX Всероссийской школы-конференции. – 2020. – С. 10.

8. Stepanova L.V., Zhabbarov R.M. Interference-optic methods in fracture mechanics: digital photoelasticity and computational algorithms for determination of Williams series expansion's coefficients for higher order terms // 1 Virtual European Conference on Fracture (VECF1), Online, June 29 – July 01 2020. <https://www.youtube.com/watch?v=xhl8BawjP5Y>

9. Жаббаров Р.М., Степанова Л.В. Теоретическое, численное и экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния вблизи трещины в пластине с периодической системой трещин // XVI

Международная конференция «Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций»: сб. материалов (Екатеринбург, 16-20 мая 2022 г.). – Екатеринбург: ИМАШ УрО РАН. – 2022. – С. 214.

10. Stepanova L.V., Zhabbarov R.M. Comparative analysis of the influence of higher order terms in Williams' series expansion for different cracked specimens: theoretical approach, photoelastic experiments and finite element analysis // 23rd European Conference on Fracture, Funchal, Madeira, Portugal, 27 June – 1 July, 2022, <https://www.ecf23.eu>, <https://www.ecf23.eu/abstracts/486/pdf>

Научное издание

Жаббаров Рамиль Муритович

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук на тему:

Идентификация коэффициентов ряда М. Уильямса: теоретический подход, вычислительное обоснование и экспериментальный аспект

Автореферат отпечатан с разрешения объединенного
диссертационного совета

99.2.039.02 (Д999.122.02) на базе ФГБОУ ВО «Самарский государственный
технический университет» и ФГАОУ ВО «Самарский национальный
исследовательский университет имени С.П. Королева»
(протокол №14 от «27» сентября 2022 г.)

Формат 60×84 1/16. Набор компьютерный.

Усл. печ. л. 1,00. Тираж 100 экз. Заказ №__.

Отпечатано на ризографе.

ФГАОУ ВО «Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева», Издательство Самарского университета
443086, г. Самара, ул. Московское шоссе, д. 34.